

Wiskunde voor 60⁺ en ouder.

Wie, als trouwe bezoeker, in de kantine op zoek gaat naar een passende zitplaats, zal zo nu en dan stuiten op één of meer keurig gedekte tafels. Zijn ogen zullen rusten op de talrijke schalen weliswaar afgedekt met plastic maar toch voldoende doorzichtig om te kunnen vaststellen dat de inhoud de vergelijking met zijn eigen keuze glansrijk kan doorstaan.

Hoe nijpend het tekort aan zitplaatsen ook moge zijn, eerder zal hij aanschuiven bij lieden van een hem volledig onbekend project dan één van die gewijde tafels met zijn platje onteren. Dat die tafels gewijd zijn daarover bestaat geen twijfel. Niet gewijd, gelijk offertafels, aan illustere voorgangers in het vakgebied in de hoop dat zij als tegenprestatie op paranormale wijze inzicht zullen verschaffen in een nog ontbrekende stap in een bewijs, maar gewijd aan de in de stichtingsacte gedane belofte de beoefening en de toepassing van de wiskunde te zullen bevorderen.. Het is kortzichtig te denken dat alleen een zwartbord daarbij behulpzaam kan zijn. Ook een witbord kan een bijdrage leveren mits het geplaatst wordt in een passende omgeving en aan die voorwaarde wordt ruimschoots voldaan.

Wie het geduld opbrengt om de bevordering aan zijn eigen ogen te zien voltrekken, wordt getuige van een schouwspel dat voor menig dictatoriaal regime de voorbode was van een gewelddadig einde. De inmiddels tot ver buiten de kantine gegroeide rij hongerigen moet wijken om doortocht te verlenen aan een groep bevoorrechten, welke ongehinderd afstevent op de veel belovende tafels. De gastheer, die zich aan het hoofd van de tafel heeft opgesteld, spreidt z'n armen alsof hij de begrenzing wil aangeven waarbinnen de veiligheid kan worden gegarandeerd en zegt kortaf: "Heren". Bij dit toverwoord gaat een ieder zitten, ook de eventuele dames in het gezelschap, en snellen de diensters toe met koppen soep of warme croquetten.

Het is een kwestie van oefenen om vast te stellen op welk terrein en voor welke doelgroep de bevordering plaats vindt. De specialisatie laat zich eenvoudig raden door de samenstelling van de CWI-delegatie. Met betrekking tot de doelgroep kan men het volgende stellen. Als er geen kleding onderscheid is en de voorafgaande discussie wordt voortgezet, zonodig ondersteund door tekeningen en formules op papieren servetjes dan kan men er zeker van zijn dat de banden met de universitaire collega's worden aangehaald. Geldt daarentegen dat de gasten beter in het pak zitten, verraadt de teint een langdurig verblijf op de tennisbaan en wordt een kwinkslag prompt met een gulle lach beloond, dan dient de spijziging een betere relatie met het bedrijfsleven.

Wie dit gade slaat kan zich met zorg afvragen of het CWI strategisch gezien op de goede weg is. Natuurlijk kan de boog niet altijd gespannen zijn en toegegeven een enkele observatie in de kantine is onvoldoende om zich een oordeel te kunnen vormen over de andere onderdelen van het werkbezoek, maar desondanks één ding is fundamenteel mis: de leeftijdsgroep 60⁺ en ouder is duidelijk ondervertegenwoordigd!

Dit is opmerkelijk omdat deze categorie in de bevolkingsopbouw een steeds dominantere positie gaat innemen. Met als gevolg niet alleen een verschuiving binnen de maatschappelijke machtsverhoudingen, maar ook andere opvattingen over het ouderzijn. Kon indertijd de 60⁺-er van

Ommen, torsend in weer en wind met een - voor de raad van beheer bestemde - doos belegde broodjes, vaststellen: "Zij daarboven denken wat oud is moet eerst op", thans doet de mening opgeld "het leven begint bij 60".

Door een combinatie van niet-roken, bruinbrood en vroeg naar bed is een type 60⁺-er ontstaan, die niet alleen in de daluren de trein, bus en het terrasje bezet, maar ook in het voor- en naseizoen heer en meester is over de vrije natuur.

De grote vraag is of de bestuurlijke bovenlaag van het CWI deze veranderingen heeft opgemerkt en zo ja op welke wijze zij in dit gat in de markt denkt te kunnen springen. Het moet een ieder duidelijk zijn dat deze nieuwe ontwikkeling ongekende mogelijkheden biedt en subsidiekranen opent die voorheen onbereikbaar waren. Het enige wat te doen staat is op een overtuigende wijze aantonen dat de wiskunde en de informatica de kwaliteit van het leven van een 60⁺-er aanmerkelijk kan verhogen. Een tweetal aan deze notitie toegevoegde voorbeelden toont aan dat althans de wiskunde daartoe de mogelijkheden bezit. Een onderwijs- en onderzoeksprogramma speciaal afgestemd op de wensen en behoeften van de nieuwe doelgroep is dus van een groot maatschappelijk belang.

Hoe gemakkelijk de buitenwereld gewonnen kan worden voor deze historische heroriëntatie, hoe moeilijk het zal zijn om het verzet intern te breken. Het seniorenconvent zal ongetwijfeld beweren dat het op voorhand niet zeker is of deze vorm van bejaardenzorg wel zal leiden tot veel nieuw fundamenteel onderzoek. Het eerste voorbeeld moge deze onzekerheid wegnemen; het boodschappendoen-probleem heeft een hogere moeilijkheidsgraad dan welk ravitailleringprobleem in het bedrijfsleven ook. Ongetwijfeld zal er ongerustheid ontstaan over de normen die de wetenschapscommissie zal gaan hanteren m.b.t. de gerontologische betekenis van de voor te stellen projecten. Ook dan zullen jonge medewerkers er op wijzen dat hun inziens de wiskunde-kwaliteit van het verrichte onderzoek voorop moet staan en niet de omvang van het opgebouwde relatie circuit binnen de bedoelde doelgroep. Overigens treedt men met een 60⁺-er gemakkelijker in contact dan met een door secretaresses afgeschermd topfunctionaris in het bedrijfsleven.

Het is aanbevelenswaardig om bij het opstellen van een programma voor 60⁺ en ouder de betrokkenen zelf te betrekken. Een derde brainstormingsbijeenkomst in Noordwijk is wellicht een goede start. Het is verstandig deze bijeenkomst niet te laten samenvallen met de schoolvacantie, omdat menig gesprekspartner voor die periode reeds de zorg voor poes en cavia op zich heeft genomen. Hier onder volgen een tweetal voorbeelden waaruit moge blijken dat de Mathematische besliskunde aan het beoogde programma een bijdrage kan leveren.

De 60⁺-er en het boodschappendoen-probleem.

De praktijk wijst uit dat, zodra het werk niet meer roept, de huishoudelijke taken worden herverdeeld. De voormalige werknemer opteert dan meestal voor het doen van boodschappen. Het probleem van het optimaal boodschappen doen is in de terminologie van de complexiteitstheorie NP-compleet en dus moeilijk als het om een groot aantal boodschappen gaat. De moeilijkheid begint al bij de keuze van

het optimaliteitskriterium. Men kan kiezen tussen de totale boodschappendoentijd of de totale te verrichten inspanning (tijdsgewicht tas). In dit voorbeeld is gekozen voor de totale boodschappendoentijd; het andere criterium vraagt slechts een "kleine" aanpassing. Indien de inkopen worden gedaan in een winkelcentrum, zoals aangenomen, dan is het gebruikelijk de auto te parkeren op een centrale plaats. De optimale parkeerplaats volgt uit de berekening van de minimale boodschappendoentijd voor ieder van de mogelijke kandidaten afzonderlijk.

De mogelijkheid om de auto tijdens het inkopen te verzetten kan in de probleemstelling worden opgenomen.

Bij een schaarste aan parkeerplaatsen kan men voor de keuze gesteld worden: rondrijden of ver weg parkeren. Dit dilemma kan worden opgelost door de kleinste verzameling van acceptabele parkeerplaatsen te bepalen, met de eigenschap dat voor elke parkeerplaats buiten de verzameling de boodschappendoentijd langer duurt dan de -voor de verzameling berekende- verwachte rondrij en boodschappendoentijd. De boodschappen zullen worden gedaan in één of meer routen beginnende en eindigende bij de geparkeerde auto. Aan het begin van elke route kan men zich voorzien van een andere tas en zonodig de parkeermeter bijvullen.

In dit voorbeeld staan de boodschappen op "onaantastbare" boodschappenlijstjes per branche (slager, bakker, supermarkt). Het is dus niet toegestaan om een boodschap op het lijstje van de drogist in een supermarkt te doen. Wel is men vrij in de keuze van een leverancier binnen de branche. Als de boodschapper kan aangeven hoeveel het hem waard is één tijdseenheid korter boodschappen te doen, dan kunnen de prijsverschillen tussen de leveranciers in het criterium worden opgenomen.

Hieronder volgt de wiskundige formulering van het probleem. Het zoeken naar een oplossingsmethode of een passende heuristiek wordt aan de lezer overgelaten.

N.B. Met het oog op de ongetwijfeld omvangrijke hoeveelheid rekenwerk is het niet onredelijk de huisvrouw te verzoeken om het boodschappenlijstje enige dagen van te voren in te leveren.

Notatie:

i	= 1	parkeerplaats
C_{ij}	=	tijdsafstand tussen leverancier i en leverancier j
C_j	=	de verwachte boodschappendoentijd bij leverancier j
A_ℓ	=	verzameling van leveranciers behorende tot branche l
a_j	=	aantal dm^3 bij leverancier j in te kopen goederen
b_j	=	aantal dm^3 bij leverancier j terug te brengen flessen
M_t	=	capaciteit in dm^3 van tas t
L	=	aantal verschillende branches (tevens bovengrens van het aantal routen)
N	=	aantal leveranciers in het winkelcentrum
T	=	aantal tassen

Variabelen:

	1	van leverancier i regelrecht naar leverancier j in route r .
X_{ij}^r	=	
	0	anders

Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

Y_{ri}	$=$	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$	leverancier i ligt op route r anders
Z_{ij}^r	$=$		aantal nog te bezoeken leveranciers op route r onderweg van $i \rightarrow j$
V_j^r	$=$		nog beschikbare ruimte in dm^3 bij vertrek van leverancier j op de route r
Y_{r1}	$=$	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$	de route r is in gebruik anders
δ_{rt}	$=$	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$	tas t wordt gebruikt op route r anders

Wiskundige formulering.

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{r=1}^L C_{ij} X_{ij}^r + \sum_{r=1}^L \sum_{j=1}^N C_j Y_{rj}$$

onder

$$\sum_{j=1}^N X_{ij}^r - Y_{ri} = 0 \quad \begin{matrix} \text{als } i \text{ op de route } r \text{ ligt dan wordt } i \text{ verlaten } (i=1\dots N) \\ (r=1\dots L) \end{matrix}$$

$$\sum_{i=1}^N X_{ij}^r - Y_{rj} = 0 \quad \begin{matrix} \text{als } j \text{ op de route } r \text{ ligt wordt } j \text{ bezocht. } (j=1\dots N) (r=1\dots L) \end{matrix}$$

$$\sum_{r=1}^L \sum_{j \in A_\ell} Y_{rj} = 1 \quad \begin{matrix} \text{een leverancier uit branche } \ell \text{ wordt bezocht. } (l=1\dots L) \end{matrix}$$

$$V_j^r \leq V_i^r + b_j - a_j + G(1 - X_{ij}^r) \quad \begin{matrix} (i, j = 1, \dots, N) (r=1\dots L) \\ \text{als } i \rightarrow j \text{ dan geldt dus: } V_j^r = V_i^r + b_j - a_j (r=1\dots L) \end{matrix}$$

$$V_j^r \geq V_i^r + b_j - a_j - G(1 - X_{ij}^r) \quad \begin{matrix} (i, j = 1, \dots, N) (r=1\dots L) \\ \text{als } i \not\rightarrow j \text{ dan zijn de voorwaarden vervuld.} \end{matrix}$$

$$V_1^r = \sum_{t=1}^T \delta_{rt} M_t - \sum_{j=2}^N Y_{rj} b_j \quad \begin{matrix} (r=1\dots L) \quad V_1^r \text{ geeft de vrije ruimte in de tas(sen) aan bij} \\ \text{vertrek op parkeerplaats } i=1 \text{ en } G \text{ een zeer groot getal.} \end{matrix}$$

$$\sum_{r=1}^L \delta_{rt} \leq 1 \quad \begin{matrix} (t=1, \dots, T) \quad \text{tas } t \text{ kan hoogstens aan één route worden} \\ \text{toegewezen.} \end{matrix}$$

$$\sum_{j=1}^N Y_{rj} \leq Y_{r1} \leq \sum_{j=2}^N Y_{rj} \quad \begin{matrix} \text{route } r \text{ bestaat d.e.s.d. als er leveranciers aan die route zijn} \\ \text{toegewezen. } (r=1\dots L) \end{matrix}$$

$$\sum_{i=1}^N z_{ij}^r - \sum_{k=1}^N z_{jk}^r = Y_{rj} \quad (j=2\dots N)$$

$$z_{ij}^r \leq (N-1)X_{ij}^r \quad (i,j=1,\dots,N)$$

$$\sum_{j=1}^N z_1^r = \sum_{j=2}^N Y_{rj} \quad (r=1,\dots,L) \text{voorwaarden noodzakelijk voor het ontstaan van}$$

routen die beginnen en eindigen in de parkeerplaats 1.

$$X_{ij}^r, Y_{rj}, \delta_{ri}, \delta_r = 0.1 \quad z_{ij}^r, v_j^r \geq 0 \text{ en geheel.}$$

De 60⁺-er in de regen.

Op de momenten dat Nederland in vergadering bijeen is, kan de 60⁺-er volop genieten in de vrije natuur. Het is verstandig bij het uitstippelen van een wandeling rekening te houden met de mogelijkheid van regen. Kan men in een bos tijdens een bui zijn toevlucht zoeken onder een boom. In het open veld moet men kiezen tussen hollen of stilstaan. In Statistica Neerlandica (1976-4) heeft Prof Jacob Wijngaard (TUE) zich afgevraagd bij welke snelheid men het minst nat wordt. Wijngaard onderscheidt drie gevallen:

- 1) het blijft regenen
- 2) een bui
- 3) meerdere buien

Voor het derde geval wordt de lezer verwezen naar het eerder genoemde artikel. Voor de eenvoud wordt aangenomen dat:

- a) de mens balkvormig met afmetingen $d(\text{ikte}) < b(\text{reedte}) < l(\text{engte})$
- b) de regen valt loodrecht naar beneden met snelheid V_r
- c) de afstand tot het dichtstbijzijnde schuilpunt gelijk is aan a.
- d) de maximale snelheid van de wandelaar w bedraagt
- e) de tijdsduren van buien (geval 2) negatief exponentieel verdeeld zijn met gemiddelde $1/\lambda$.

Wijngaard komt nu tot de volgende verrassende conclusie:

- 1) Als het blijft regenen dan wordt de nattigheid op de bovenkant hoofd en schouders) gegeven door V_r/V d.b.a, waarbij V de door de wandelaar gekozen snelheid is. Indien men het hoofd droog wil houden dan kan men dus het beste hollen met de maximale snelheid w . De nattigheid op de voorkant is gelijk l.b.a en dus *onafhankelijk* van de eigen snelheid.
- 2) Bij een bui is het verstrekte advies afhankelijk van de nog af te leggen afstand a tot een schuilplaats.
Geldt voor die afstand:

$$a < \frac{w}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{V_r d}{w l}\right),$$

dan moet de wandelaar hollen met maximale snelheid w
Geldt daarentegen

$$a \geq \frac{w}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{V_r d}{w l}\right),$$

dan kan de wandelaar beter stilstaan.

Dit resultaat is speciaal van belang voor die 60⁺-er, welke op zoek is naar een wandelpartner. De mogelijkheid van een bui beperkt zijn of haar keuze. Het spreekt van zelf dat, als er gehold moet worden, bij een gelijke maximum snelheid w de eenheid behouden blijft. Het "samen uit en samen thuis" -principe wordt het minste geweld aangedaan, als voor beiden ook de conclusie hollen of stilstaan dezelfde is. Dit betekent dat men moet uitzien naar een partner met gelijke verhouding d/l (dikte/lengte). Wie dit weet, ziet niet zonder zorg menig paar op weg gaan.

Gijs de Leve.
September 1991